Universidad Nacional del Nordeste
Facultad de Ingeniería
Departamento de Físico-Química/Cátedra Física II

FÍSICA II

Guía De Problemas Nº3:

Dilatación

PROBLEMAS RESUELTOS

1 – Una regla de acero de aproximadamente 1 m de longitud, mide exactamente 1 m a la temperatura de 0 ºC. Otra regla mide exactamente 1 m a 25 ºC. Cuál será la diferencia de temperaturas de las reglas a la temperatura de 20 ºC. α_{ac}= 12x10^{-6} ºC^{-1}.

<u>SOLUCIÓN</u>

Experimentalmente se encuentra que el cambio de longitud Δl es proporcional al cambio de temperatura Δt y a la longitud inicial l_0 por lo tanto se puede escribir:

$\Delta l \propto l_0 \Delta t$ o bien $\Delta l = \alpha . l_0 \Delta t$ (1)

Donde α es un coeficiente de proporcionalidad denominado “coeficiente de dilatación lineal”. Y es distinto para cada sustancia.

Según los datos del problema:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Regla 1: } l_0 = 1m \;\; ; \;\; t_0 = 0^o C \\ \text{Regla 2: } l_0' = 1m \;\; ; \;\; t_0 = 25^o C\end{array}\right\} \qquad t = 20^o C$$

$$\alpha_{acero} = 12x10^{-6}\,{}^oC^{-1}$$

De la ecuación (1) $l_t - l_0 = \alpha . l_0 .(t - t_0)$ $\Rightarrow$ $l_t = l_0\left[1 + \alpha\left(t - t_0\right)\right]$ (2)

Y reemplazando los datos del problema en (2):

La longitud para la regla 1 a 20ºC será:

$$l_t = l_{t1} = 100cm\left[1 + 12x10^{-6}\,{}^oC^{-1}\left(20^o C - 0^o C\right)\right] = 100,024cm$$

La longitud para la regla 2 a 20 ºC será:

$$l_t = l_{t2} = 100cm\left[1 + 12x10^{-6}\,{}^oC^{-1}\left(20^o C - 25^o C\right)\right] = 99,994cm$$

Por lo tanto la diferencia de longitudes de las reglas a la temperatura de 20ºC será:

$$l_{t1} - l_{t2} = 100,024cm - 99,994cm = 0,33cm$$

2 – Para asegurar un ajuste perfecto, los remaches de aluminio usados en los aviones se fabrican ligeramente más gruesos que los orificios y se los enfría con hielo seco (CO_2 sólido) antes de ser introducidos en los orificios. Si el diámetro de un orificio es de 20 mm . Cuál debe ser el diámetro del remache a 20 ºC para que su diámetro sea igual al orificio cuando se enfría a -78 ºC que es la temperatura del hielo seco. $\alpha_{aluminio} = 24x10^{-6}\,{}^oC^{-1}$

<u>SOLUCIÓN</u>

Si consideramos una superficie, ésta se dilatará de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\frac{1}{S}\frac{dS}{dt} = \alpha_1 + \alpha_2 = \gamma \qquad (1)$$

Donde γ se denomina coeficiente de dilatación superficial. Si el sólido es isótropo α_1 y α_2 son iguales por lo tanto $\gamma = 2\alpha$.

Si S_0 es la superficie inicial, la ecuación (1) se puede expresar como:

$dS = \gamma . S_0 . dt$ e integrando entre S_t , S_0 y t , t_0 entonces:

$$S_t - S_0 = \gamma . S_0 (t - t_0) \qquad (2)$$

Según los datos del problema:

$d_0 = 20mm$
$\alpha_{Al} = 24x10^{-6}\,{}^{o}C^{-1} \quad \therefore \quad \gamma = 2\alpha = 48x10^{-6}\,{}^{o}C^{-1}$
$t_0 = -78^{o}C$, $t = 20^{o}C$
Superficie del remache a -78ºC : $S_0 = \pi . d_0{}^2 / 4$
Superficie del remache a 20ºC : $S_t = \pi . d_t{}^2 / 4$

Reemplazando en la ecuación (2) $\Rightarrow$

$\pi . d_t{}^2 / 4 = \pi . d_0{}^2 / 4 [1 + \gamma (t - t_0)]$ simplificando:

$d_t = d_0 \sqrt{[1 + \gamma (t - t_0)]}$ y , de acuerdo a los datos del problema:

$$d_t = 20mm\sqrt{1 + 48x10^{-6}\,{}^{o}C^{-1}[20 - (-78)]^{o}C} = 20{,}046mm$$

Es decir que el diámetro del remache a 20ºC será de 20.046 mm

3 – El tanque de gasolina, de latón, de un automóvil tiene un volumen de 56.8 lt. Está lleno de gasolina hasta el borde. Siendo el coeficiente medio de dilatación cúbica de la gasolina $\beta_{gasolina} = 0{,}00096^{o}C^{-1}$, calcular que volumen de gasolina se derramará si la temperatura se eleva a 20ºC.

<u>SOLUCIÓN</u>

En el caso de que un sólido se dilate en tres dimensiones. La ecuación de dilatación viene dada por la expresión:

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dt} = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \beta \qquad (1)$$

Donde β es el coeficiente de dilatación cúbico a presión constante.

Si el sólido es isótropo $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ por lo tanto $\beta = 3\alpha$
Si V_0 es el volumen inicial. La ecuación (1) se puede expresar como:

$dV = \beta . V_0 . dt$ e integrando entre V_t. V_0 y t . t_0 entonces:

$$V_t - V_0 = \beta . V_0 (t - t_0) \qquad (2)$$

Según los datos del problema:

V_0 =56.8 lt
$\beta_{gasolina} = 0{,}00096^{\circ}C^{-1}$
La elevación de temperatura $\Delta t = 20^{\circ}C$

Reemplazando los datos en la ecuación (2) y despreciando la dilatación del latón para $\Delta t = 20^{\circ}C$

$$V_t = V_0 (1 + \beta_{gasolina} . \Delta t) = 56{,}8lt.(1 + 0{,}00096^{\circ}C^{-1}.20^{\circ}C) = 57{,}9lt$$

Por lo tanto el volumen derramado al elevarse la temperatura en 20 ºC será:
$V_t - V_0 = 57{,}9lt - 56{,}8lt = 1{,}1lt$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una barra de hierro de 1000 cm. de largo se dilata una longitud de 1,44 mm cuando se calienta desde 0°C hasta 12°C. Calcular el coeficiente dilatación lineal.

2. Dos rieles de acero de 10 metros de largo cada uno, se c–olocan tocándose uno a otro, a la temperatura de 40°C. Aquí separación se encontrarán los extremos de la dos rieles cuando la temperatura baja a -10 °C. a_{ac} = 13x10^{-6} °C^{-1}.

3. La longitud de un puente es de aproximadamente 1000 pies. Calcular la diferencia entre las longitudes que alcanza en un día de verano en que la temperatura es de 100°F y un día de invierno donde la temperatura es de -20°F. a_{ac} = 12x10^{-6} °C^{-1}.

4. La sección transversal de una barra de acero es de 30 mm^2. Cuál será la fuerza mínima necesaria para evitar su contracción cuando se enfría desde 520°C hasta la temperatura de 20°C. E_{ac} = 2,1x10^6 kg/cm^2.

5. A la temperatura de 20 °C el volumen de cierto matraz de vidrio es exactamente de $100cm^3$ hasta la señal de referencia que lleva su cuello. El matraz está lleno asta hasta dicha señal con un líquido cuyo $JJ = 120 \, x \, 10^{-5\circ} C^{-}$. La sección transversal del cuello es de 1cm^2 y puede considerarse constante. Qué volumen ascenderá o descenderá de líquido en el cuello cuando la temperatura se eleve a 40°C
$a_V = 8 \text{ x } 10^{-6\circ} C^{-}$.

6. Un frasco de vidrio de un volumen de 1000 cm^3 a 20°C está lleno de mercurio que se derramará cuando la temperatura se eleva a 50°C, siendo el coeficiente de dilatación lineal del vidrio $a_V = 9 \ x \ 10^{-6} {}°C^{-}$ y el coeficiente de dilatación cúbica del mercurio $J_{Hg} = 1{,}82 \ x \ 10^{-4} {}° C$, calcular el volumen de mercurio derramado.